УДК 004.891.3

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УСТОЙЧИВОСТИ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Н. Н. Масалитина

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Целью исследования является формализованное описание механизмов, участвующих в поддержании устойчивости к деструктивным воздействиям сложной системы, обладающей иерархической структурой управления (СИСУ), т. е. их отдельные элементы обладают свойством подчиненности и их поведение определяется поведением старших элементов.

На основе исследования поведения СИСУ различной природы (производственных, технологических, биомедицинских) под влиянием деструктивных воздействий выявлен ряд схожих закономерностей.

Пусть $q(t)$ – состояние СИСУ такое, что большему значению q соответствует большая устойчивость СИСУ; $I(t)$ – показатели, характеризующие состояние защищаемой подсистемы СИСУ; $u(t)$ − показатели, характеризующие элементы защищающей подсистемы СИСУ, направленные на предупреждение деструктивных изменений; $a(t)$ − показатели, характеризующие элементы защищающей подсистемы СИСУ, направленные на устранение последствий деструктивных изменений; $EN(t)$ − показатели, характеризующие внешнее регулирование СИСУ; $W(t)$ – интенсивность деструктивных воздействий; $z(t)$ – управляющее воздействие; $e(t)$ – эффект от управляющего воздействия; Θ, Ω, Ξ, Ψ – функции, определяющие изменение состояния управляемой и управляющей подсистемы СИСУ, а также эффективность управления; t – время; n – количество периодов наблюдения.

Тогда

$$q(t_i) = \Theta\big(I(t_i),\ u(t_i),\ a(t_i),\ EN(t_i)\big),\ i = 1\ldots n; \tag{1}$$

$$I(t_i) = \Omega\big(I(t_{i-1}),\ e(t_{i-1}),\ W(t_{i-1})\big),\ i = 2\ldots n; \tag{2}$$

$$u(t_i) = \Psi\big(u(t_{i-1}),\ e(t_{i-1}),\ W(t_{i-1})\big),\ i = 2\ldots n; \tag{3}$$

$$a(t_i) = \Psi\big(a(t_{i-1}),\ e(t_{i-1}),\ W(t_{i-1})\big),\ i = 2\ldots n; \tag{4}$$

$$e(t_i) = \Xi\big(z(t_i),\ q(t_i)\big),\ i = 1\ldots n. \tag{5}$$

Учитывая иерархическую структуру СИСУ выражения (2)–(4) примут вид:

$$I(t_i) = \{I_j(t_i)\},\ i = 1\ldots n,\ \ j = 1\ldots r; \tag{6}$$

$$I_j(t_i) = \Omega\big(I(t_{i-1}),\ e(t_{i-1}),\ W(t_{i-1})\big),\ i = 2\ldots n,\ \ j = 2\ldots r; \tag{7}$$

$$u(t_i) = \{u_j(t_i)\},\ i = 1\ldots n,\ \ j = 1\ldots r; \tag{8}$$

$$u_j(t_i) = \Psi\big(u(t_{i-1}),\ e(t_{i-1}),\ W(t_{i-1})\big),\ i = 2\ldots n,\ \ j = 2\ldots r; \tag{9}$$

$$a(t_i) = \{a_j(t_i)\},\ i = 1\ldots n,\ \ j = 1\ldots r+1; \tag{10}$$

$$a_j(t_i) = \Psi\big(a(t_{i-1}),\ e(t_{i-1}),\ W(t_{i-1})\big),\ i = 2\ldots n,\ \ j = 2\ldots r; \tag{11}$$

$$\varphi(t, q(t)) = \int_0^t q(\xi)\,d\xi. \tag{12}$$

Задача выбора управляющих воздействий, направленных на повышение устойчивости СИСУ к деструктивным воздействиям сводится к нахождению множества $z(t)$ такого, что

$$\forall t : \varphi(t, q(t)) \xrightarrow[z(t)]{} \max .$$

Представленная математическая модель является основой для разработки инструментов поддержки принятия решений по управлению устойчивостью СИСУ к деструктивным воздействиям.