ЧЕМУ УЧАТ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Л.Л. Великович

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого»,
кафедра «Высшая математика»

> Математика, эта «царица и служанка» всех остальных наук, всегда и везде оказывалась впереди и, подчас подвергаясь насмешкам, упрекам в ее оторванности от жизни, отвлеченности, сухости и т.п., прокладывала новые пути человеческому знанию.
>
> *Академик С.Л. Соболев*

Начнем с авторского определения [1, 2]. «Математика – это игра по правилам, в соответствии с которыми строятся необходимые логические цепочки с целью получения необходимой информации». И решаем ли мы задачу или доказываем теорему единственный инструмент, с помощью которого мы можем установить истину в математике, – это логические цепочки. Сформулируем три основных требования к ним. 1) Корректность. 2) Непрерывность. 3) Экономичность. При этом первые два требования являются обязательными, а третье – весьма желательным.

Что же такое «математическая задача»? С общесистемной точки зрения к ответу на данный вопрос можно подойти следующим образом. Предположим, что у нас имеется информационное поле (скажем, Математика), внутри которого находится некоторый элемент с неполной информацией. Назовем этот элемент задачей, если требуется восстановить отсутствующую информацию. Более конкретно. Под задачей будем понимать [2, 3] упорядоченную четверку (Ω, A, B, X), где Ω – носитель задачи, т.е. математический объект, для которого имеются данные A (множество посылок), а также отсутствующая информация B (множество следствий), которую необходимо вывести из A (добыть). В нашей четверке через X обозначен процесс поиска решения задачи. Любая задача лежит внутри некоторой теории, ибо формулируется в ее терминах (или на пересечении нескольких теорий). На общесистемном уровне под теорией будем понимать специальным образом организованную часть информационного поля (конкретизацию см. в [2]). Целевым компонентом любой математической теории является выделение стандартных ситуаций, с помощью которых удается разрешить целые классы задач. Если при решении некоторой задачи нам повезло на встречу со «старым знакомым» (в терминологии Т. Питерса, Р. Уотермана «В поисках эффективного управления»), т.е. мы нашли стандартную ситуацию, то дальнейшее продвижение можно осуществить в соответствии с общей схемой решения задач (ОСРЗ) (терминология и схема принадлежит автору):

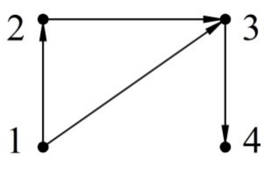

Рис. 1. ОСРЗ: 1 – моя ситуация (МС); 2 – стандартная ситуация (СС); 3 – целевая ситуация (ЦС); 4 – требуемый конечный результат (ТКР); (1,2) – поиск СС; (2,3) – стандартное решение (СР); (1,3) – мое решение; (3,4) – получение ТКР

Понятно, что ОСРЗ может в конкретной задаче использоваться многократно с разными стандартными ситуациями. Увы, ОСРЗ не может претендовать на роль универсального алгоритма решения математических (и других) задач. Попытка классификации подходов к решению задач предпринята автором в [3] (см. также [4]).

Итак, чему же учат математические задачи, какая от них польза?

Начнем, пожалуй, с примера. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\cos\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{4}\cdot\cos\frac{x}{8}\ldots\cos\frac{x}{2^n}\right)=\frac{\sin x}{x}$.

Первое, что надо преодолеть решателю задачи, – это эмоция под названием «страх», ведь условие задачи достаточно громоздко. Понятно, что вычислять предел будем в конце, а главное – разобраться с произведением под знаком предела. И здесь есть два пути: либо хорошее знание тригонометрии, где данное произведение – стандартная ситуация, либо природная сообразительность: догадаться умножить и разделить наше произведение на $2^n \cdot \sin\frac{x}{2^n}$. Для завершения доказательства останется воспользоваться еще одной стандартной ситуацией, правда, уже из математического анализа, а именно: первым замечательным пределом, структуру которого мы видим в правой части равенства.

Вывод: для решения задачи нам пришлось

1) Находиться в информационном поле под названием «Математика» (т.е. иметь некий тезаурус), чтобы хотя бы понять, чего от нас хотят.

2) Преодолеть психокомплекс «страх», а значит иметь определенное мужество.

3) Уметь устанавливать связи между объектами, в том числе сводить исследуемую ситуацию к стандартной в ОСРЗ.

4) Иметь тренированную наблюдательность и хорошую память, чтобы осуществлять поисковую деятельность.

5) Если же памяти не хватает, то поисковая активность переносится на внешние источники информации (компьютер, книги и т.д.).

6) Проявить достаточное упорство в достижении цели.

7) Ощутить радость победы после завершения решения (или, не дай Бог, горечь поражения).

И это далеко не полный перечень всего того, что связано с решением задач различной степени сложности. В заключение приведем мнение Д. И. Писарева по поводу математики. «Что математика…имеет высокую образовательную силу, что она развертывает и упражняет превосходно умственные способности учащихся, в этом не сомневался еще никто из самых заклятых ненавистников ужасной и неприступной науки. Смышленость учеников растет постоянно во время их математических занятий, это также верно и неизбежно, как то, что мускулы человека крепнут и ловкость его увеличивается, когда он занимается гимнастическими упражнениями».

Список использованной литературы

1. Великович, Л. Л. О некоторых подходах к воспитанию творческого мышления школьников и студентов при изучении математики и других наук / Л. Л. Великович // Математическое образование: современное состояние и перспективы: материалы Междунар. научной конф., посвященной 100-летию со дня рождения профессора А. А. Столяра / МГУ им. А.А. Кулешова, Могилев, 20-21 февраля 2019 г. – С. 80-83.

2. Великович, Л. Л. Математика технического университета и ее преподавание с позиций теории решения задач / Л. Л. Великович // Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях: материалы Междунар. науч.-практ. семинара / БРУ, Могилёв, 21 февраля 2019 г. – С. 25-28.

3. Великович, Л. Л. Теория решения задач как универсальное средство формирования исследовательских навыков у студентов и школьников / Л. Л. Великович // Инновационные технологии обучения физико-математическим дисциплинам = Innovative technologies of physics and mathematics’ training: материалы IV Междунар. науч.-практ. интернет-конф. / Мозырь, 27-30 марта 2012 г. – С. 236–238.

4. Дрозина, В. В. Механизм творчества решения нестандартных задач. Руководство для тех, кто хочет научиться решать нестандартные задачи: учеб. пособие / В. В.Дрозина, В. Л. Дильман. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. – 255 с.: ил.