

**РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ  
ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ПРОВОДЯЩЕГО ТЕЛА,  
РАСПОЛОЖЕННОГО НАД ПОВЕРХНОСТЬЮ ЗЕМЛИ,  
МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ЭЛЕКТРОДОВ**

**А. А. Макеев, И. Г. Кирилюк**

*Учреждение образования «Гомельский государственный технический  
университет имени П. О. Сухого», Беларусь*

Научный руководитель Д. В. Комнатный

Для конструирования таких широко используемых электротехнических изделий, как кабели системы электропередачи и оборудование распределительных устройств требуется выполнять расчеты электростатических полей в этих технических средствах.

Сложная конфигурация электродинамических систем, соответствующих указанным изделиям, приводит к необходимости применять численные методы для анализа электростатического поля в этих системах. Такие методы отличаются достаточно сложным математическим аппаратом, который затрудняет их практическое использование.

Известно, что в методе формул Максвелла применяются несложные математические соотношения для проводников простых геометрических форм. Чтобы распространить применение этого метода на проводящие тела сложной формы, в работах Д. М. Величовича (Сербия) предложен метод эквивалентных электродов, а в монографии К. А. Бочкова и Д. В. Комнатного он обобщен для решения различных задач электромагнитной совместимости электронного оборудования. Возможность применения метода эквивалентных электродов для расчета характеристик электростатического поля в конструкциях энергетических устройств не была рассмотрена. Этому вопросу и посвящен настоящий доклад.

В конструкциях энергетического оборудования зачастую используются детали, имеющие форму осесимметричных тел вращения. Это оборудование размещается над поверхностью земли, наличием которого пренебрегать нельзя. Поэтому в данной работе ставится задача о расчете электростатического поля заряженного проводящего осесимметричного тела, находящегося над бесконечной проводящей плоскостью, потенциал которой принят равным нулю. Тело заряжено до некоторого потенциала.

Для решения задачи поверхность тела разделяется на граничные элементы (ГЭ) в виде кольцевых поясов. При достаточно малой высоте пояса его можно считать цилиндрическим. Предполагается, что потенциал электростатического поля ГЭ приближенно соответствует потенциалу поля тора, центр которого совпадает с центром ГЭ. Площадь поверхности тора равна площади поверхности ГЭ, полный электрический заряд тора равен полному заряду ГЭ. Этот тор и является эквивалентным электродом. Из условия равенства поверхностей ГЭ и эквивалентного электрода следует формула для радиуса поверхности тора:

$$r_{oi} = \frac{\Delta h}{2\pi},$$

где  $r_{oi}$  – радиус поверхности тора, м;  $\Delta h$  – высота ГЭ, м.

Тогда заряды эквивалентных электродов могут быть определены путем решения системы линейных алгебраических уравнений, основанных на первой группе формул Максвелла. Потенциальные коэффициенты для системы осесимметричных торов определяются по следующим формулам:

$$\alpha_{ii} = \frac{1}{4\pi^2 \varepsilon R_{oi}} \left[ \frac{1}{1 + \frac{r_{oi}}{2R_{oi}}} \ln \frac{8r}{r_{oi}} \left( 1 + \frac{r_{oi}}{2R_{oi}} \right) - \frac{\pi R_{oi}}{2h_{oi}} \right];$$

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{2\pi^2 \varepsilon} \left[ \frac{K(k_1)}{(h_{oi} - h_{oj})^2 + (R_{oi} + R_{oj})^2} - \frac{K(k_2)}{(h_{oi} + h_{oj})^2 + (R_{oi} - R_{oj})^2} \right];$$

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\beta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \beta}};$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{4r_{oi}R_{oj}}{(h_{oi} - h_{oj})^2 + (R_{oi} + R_{oj})^2}};$$

$$k_2 = \sqrt{\frac{4r_{oi}R_{oj}}{(h_{oi} + h_{oj})^2 + (R_{oi} + R_{oj})^2}},$$

где  $R_{oi}, R_{oj}$  – радиусы образующих окружностей торов  $i$  и  $j$ , м;  $r_{oi}, r_{oj}$  – радиусы поверхности торов  $i$  и  $j$ , м;  $h_{oi}, h_{oj}$  – высота центров торов  $i$  и  $j$  над поверхностью земли, м;  $\varepsilon$  – абсолютная диэлектрическая проницаемость сферы, Ф/м;  $\alpha$  – угловая переменная;  $k_1, k_2$  – модули эллиптических интегралов.

Для проверки метода был осуществлен расчет распределения полного электрического заряда по системе эквивалентных электродов, расположенных на поверхности сферического сегмента над проводящей плоскостью нулевого потенциала. Эти задачи являются обобщением задачи о поле равномерно заряженного сферического сегмента из книги известных исследователей Г. Джеффриса и Б. Свирлса. Радиус сегмента  $R$  был принят равным 0,5 м; высота нижней точки сегмента над землей  $h$  была принята равной 2 м; геометрическая конфигурация задачи показана на рис. 1.

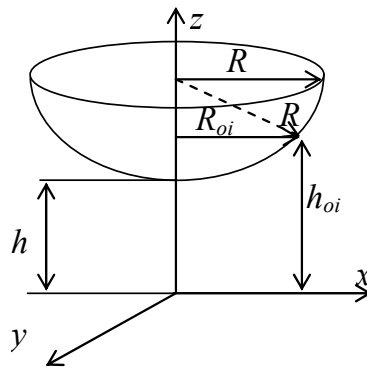


Рис. 1. Геометрическая конфигурация модели

Проверка результатов решения задачи осуществлялась путем расчета потенциала электростатического поля, созданного системой эквивалентных электродов, в наиболее близкой к земле точке сегмента. Так как эта точка лежит на оси торов, то потенциал в ней может быть вычислен по следующей формуле.

$$\varphi = \frac{q_i}{4\pi\varepsilon} \left( \frac{1}{\sqrt{R_{oi}^2 + (h_{oi} - H)^2}} - \frac{1}{\sqrt{R_{oi}^2 + (h_{oi} + H)^2}} \right),$$

где  $q_i$  – полный заряд эквивалентного электрода, Кл;  $H$  – высота точки, м.

На рис. 2 приведен график зависимости потенциала в контрольной точке от числа эквивалентных электродов. Из графика видно, что с ростом числа эквивалентных электродов потенциал в контрольной точке монотонно приближается к заданному, и при двухстах электродах погрешность расчета составила 3,9 %. Эта погрешность является допустимой для практики. Следовательно, метод эквивалентных электродов может использоваться для расчетов электростатического поля осесимметричных тел.

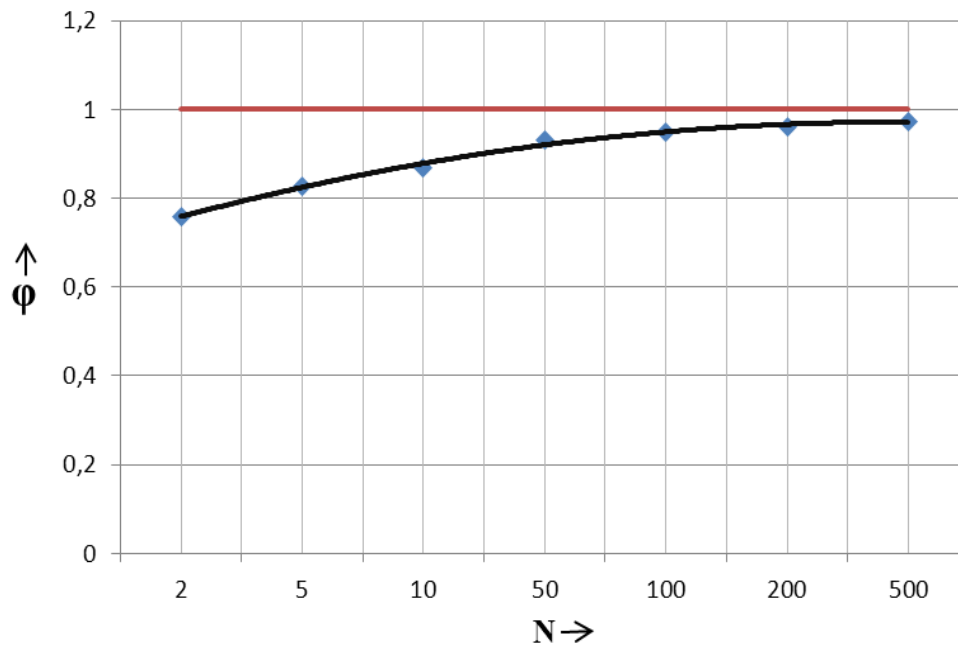


Рис. 2. График зависимости потенциала в контрольной точке от числа эквивалентных электродов

Сравнение метода эквивалентных электродов с методом граничных элементов для осесимметричных задач описано в монографии К. А. Бочкова и Д. В. Комнатного. В методе граничных элементов при вычислении влияния заряда граничного элемента  $i$  на потенциал граничного элемента  $j$  предполагается, что поле граничного элемента соответствует полю равномерно заряженной окружности. При вычислении связи потенциала и заряда элемента  $i$  используется представление граничного элемента в виде тора. В методе эквивалентных электродов сразу предлагается, что характеристики электростатического поля эквивалентного электрода в виде тора и ГЭ совпадают. Таким образом, видно, что метод эквивалентных электродов является частным случаем метода граничных элементов. Он вводится с целью упрощения формирования расчетных уравнений для технических задач, где присутствует плоскость земли.