

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ
В ДИСКАХ ПЕРЕКРЫТИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ
В СТРУКТУРЕ КАРКАСНОГО ЗДАНИЯ**

Д. Н. Трубенюк

*Учреждение образования «Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого», Беларусь*

Научный руководитель К. С. Курочка

Расчет конструкций на разрушительные воздействия в настоящее время широко используется во многих отраслях производства. В строительных конструкциях са-

мыми разрушительными считаются собственные колебания, которые возникают под воздействием внешней нагрузки. Поэтому моделирование данного физического процесса является востребованным.

Ввиду того что на строительные конструкции воздействуют нагрузки, которые в свою очередь вызывают разрушительные собственные колебания, нужно учитывать данный физический процесс при проектировании.

По этой причине в настоящее время в строительной отрасли актуальны математические методы, позволяющие моделировать данную задачу на компьютере. Одним из наиболее эффективных и распространенных методов является метод конечных элементов [1].

В качестве математической модели [1]–[3], описывающей поведение многопустотной плиты, выбрано матричное дифференциальное уравнение:

$$[K]\{\delta\} + [C]\frac{\partial\{\delta\}}{\partial t} + [M]\frac{\partial^2\{\delta\}}{\partial t^2} + \{F\} = 0, \quad (1)$$

где $[K]$ – матрица жесткости; $[C]$ – матрица демпфирования; $[M]$ – матрица масс; $\{\delta\}$ – вектор узловых перемещений; $\{F\}$ – вектор нагрузки.

Рассмотрим вектор узловых перемещений $\{\delta\}$ из уравнения (1) и предположим, что решение существует и имеет следующую форму:

$$\{\delta(t)\} = \{\delta_0\}e^{at}, \quad (2)$$

произведем подстановку этого выражения в уравнение (1) и получим уравнение [2]:

$$([K] + a[C] + a^2[M])\{\delta_0\} + \{F\} = 0, \quad (3)$$

где a – мнимая величина, т. е. имеет вид:

$$a = i\omega, \quad (4)$$

тогда

$$e^{at} = e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i\sin(\omega t). \quad (5)$$

В общем случае вектор $\{\delta_0\}$ является комплексным, следовательно:

$$\{\delta_0\} = \{\delta_x\} + i\{\delta_y\}. \quad (6)$$

В ходе преобразований [1, с. 371–372] уравнение (3) приводится к виду:

$$\begin{bmatrix} [K] - \omega^2[M] & -\omega[C] \\ -\omega[C] & [K] - \omega^2[M] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (7)$$

где δ_x – вещественная; δ_y – мнимая части вектора узловых перемещений; ω – период колебаний.

Для нахождения форм собственных колебаний в начальный момент времени следует подставить полученные значения, в ходе решения методом Гаусса уравнения (7), в формулу

$$\{\delta\} = \{\delta_x\} \cos(\omega t) + \{\delta_y\} \sin(\omega t). \quad (8)$$

Результаты уравнения (8) используются для нахождения форм собственных колебаний [2]:

$$U_{ji} = \frac{\delta_{ji}}{\omega} \sum_{r=1}^m \varepsilon \left(\frac{\tau \omega}{2\pi} \right) \delta_{jr} S_r, (j = 1, \dots, n; i = 1, \dots, n). \quad (9)$$

Найденные формы собственных колебаний (U_{ji}) подставляются в следующее уравнение для нахождения значений перемещений (u_j), затухающих с течением времени:

$$u_j = \sum_{i=1}^n U_{ji} e^{-\frac{\gamma}{2}\omega t} \sin(\omega t), (j = 1, \dots, n). \quad (10)$$

Верификация осуществлялась на исследовании колебаний железобетонной многопустотной плиты перекрытий ПК63.15.8АТ-800-аТ-2 со следующими характеристиками: длина – 6,2 м, ширина – 1,49 м, высота – 0,22 м, плита имеет 7 отверстий с диаметром 159 мм каждое. При нагрузке 3283 Па прогиб в нижней растянутой зоне в середине пролета равен 15,14 мм [4, с. 61], в ходе вычислительного эксперимента он составил 14,65 мм. При нагрузке 4528 Па прогиб в середине пролета составил 20,6 мм [4, с. 61], в ходе вычислительного эксперимента он составил 19,9 мм.

На рис. 1 приведены максимальные прогибы многопустотной плиты в течение времени исследования. Во время исследования данная плита дискретизировалась по длине на 20 конечных элементов, по ширине – на 14 (т. е. на 280 конечных элементов). Результат моделирования с величиной нагрузки 4528 Па представлен на рис. 1.

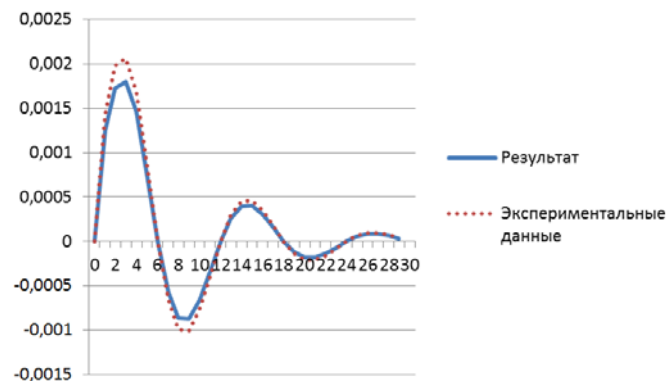


Рис. 1. Амплитуды колебаний, возникающих под действием внешней нагрузки

Результаты моделирования сравнивались с решением, описанным в статье [4, с. 59]. Расхождение полученных результатов не превысило 13 %. Из этого следует, что результаты, производимые по представленной математической модели, имеют небольшое расхождение с вычислениями, полученными экспериментально [4].

Литература

1. Зенкевич, О. С. Метод конечных элементов в технике : учебник / О. С. Зенкевич. – М. : МИР, 1975. – 541 с.

2. Перельмутер, А. В. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа : учебник / А. В. Перельмутер, В. И. Сливкер. – Киев : Сталь, 2002. – 596 с.
3. Курочка, К. С. Численное моделирование деформаций многопустотных плит / К. С. Курочка // Изв. ГГУ им. Ф. Скорины. – 2002. – № 6 (15). – С. 44–48.
4. Пространственные конструктивные системы зданий и сооружений, методы расчета, конструирования и технология возведения : тр. междунар. науч.-техн. конф., Минск, 10–12 окт. 2001 г. / Ин-т БелНИИС ; редкол.: А. И. Мордич [и др.]. – Минск, 2002. – 287 с.