

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КРЕЙЦКОПФНОГО КРИВОШИПНО-ШАТУННОГО МЕХАНИЗМА С УПРУГИМ ШТОКОМ

Е. М. Левкович, А. И Левченко

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Беларусь

Научный руководитель С. Ф. Андреев

Традиционное в динамике машин предположение об абсолютной жесткости звеньев все чаще приводит к результатам, которые не согласуются с практикой эксплуатации машин. С ростом рабочих скоростей современных машин детали машин

испытывают значительные упругие деформации, связанные с продольными, изгибными и крутильными колебаниями. Колебания повышают нагрузки звеньев, влияют на кинематическую точность машины, снижают качество технологических операций. Колебания звеньев могут усиливаться и по амплитуде достигать недопустимых размеров. Особо недопустимым является накопление колебаний в резонансном режиме. Из теории колебаний известно, что в любой упругой механической системе в неустановившихся процессах имеют место свободные и вынужденные колебания. Тщательное исследование колебаний в механизмах представляет собой актуальную задачу.

Целью данной работы является исследование колебательных процессов в гидравлических машинах, имеющих кривошипно-шатунный механизм. К таким машинам относятся поршневые насосы, компрессоры, а также поршневые пневматические двигатели и двигатели внутреннего сгорания.

При изучении динамических процессов, происходящих в такой машине, важным вопросом является изучение собственных и внешних частот колебаний, так как они определяют диапазон резонансных частот.

Математическая модель позволяет определить значения частот колебаний, а также характер протекающих динамических процессов. В работе рассматриваются продольные упругие деформации штока поршневого насоса, приводящие к вынужденным колебаниям поршня (рис. 1).

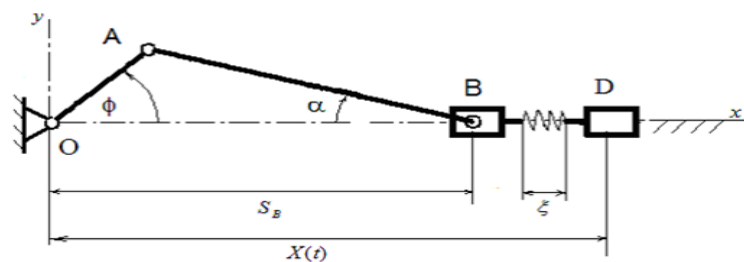


Рис. 1. Кинематическая схема поршневого насоса с упругим штоком

Наряду с вынужденными колебаниями $X(t)$ поршня D наблюдаются и собственные колебания $\xi(t)$ штока BD , которые возбуждаются каждый раз при изменении направления его движения. Данная особенность поведения может влиять на эффективность работы и усталостную прочность насосных систем. Возмущающим воздействием этих колебаний является перемещение точки B штока, которое определяется периодической негармонической функцией $S_B(\varphi)$. Здесь $\varphi(t)$ — обобщенная координата, определяющая периодическое движение ползуна B .

Функцию положения $S_B(\varphi)$ и аналог скорости $V_{\varphi_B}(\varphi)$ ползуна B определяем по кинематическим отношениям [1]:

$$S(\varphi) := OA \cdot \cos(\varphi) + AB \cdot \cos(\alpha(\varphi)) - (OA + AB);$$

$$V_{\varphi_B}(\varphi) = -OA \cdot \sin(\varphi) - AB \frac{d}{d\varphi} \alpha(\varphi) \cdot \sin(\alpha(\varphi));$$

$$\alpha(\varphi) = \arcsin\left(\frac{OA \cdot \sin(\alpha)}{AB}\right).$$

Для моделирования упругих продольных колебаний штока введем обобщенные координаты $\xi(t)$, соответствующие деформации штока, и $\varphi(t)$ – угол поворота кривошипа. Функции $\varphi(t)$ и $\xi(t)$ могут быть определены по заданным характеристикам внешних сил: условным моментом $M_{OA}(\varphi)$, приложенным к звену OA , и силой полезного приведения $F_{ps}(\varphi)$, приложенной к поршню C . На рис. 2 приведены графики пускового момента $M_{OA}(\varphi)$ и силы полезного приведения $F_{ps}(\varphi)$.



Рис. 2. Графики:

a – движущего момента; *б* – силы полезного сопротивления

Математическая модель представлена системой двух дифференциальных уравнений, которые мы получим из уравнений Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dV_{\xi}} T \right) - \frac{d}{d\xi} T = \frac{d}{dt} (V_{\xi} B(\varphi) - \omega_{OA} C(\varphi));$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d}{d\omega_{OA}} T \right) - \frac{d}{d\varphi} T = A(\varphi) \cdot \frac{d}{dt} \omega_{OA} - C(\varphi) \cdot \frac{d}{dt} V_{\xi} + f\varphi(t, \omega_{OA}, V, \varphi, \xi).$$

Здесь правые части уравнений – обобщенные силы, определенные по следующему алгоритму:

$$Q\varphi(t, \omega_{OA}, V_{\xi}, \varphi, \xi) = M_{OA}(\varphi) - \frac{\partial \Phi(\omega_{OA}, V_{\xi})}{\partial \omega_{OA}} - \frac{\partial \Pi(\varphi, \xi)}{\partial \varphi};$$

$$Q\xi(t, \omega_{OA}, V_{\xi}, \varphi, \xi) = - \frac{\partial \Phi(\omega_{OA}, V_{\xi})}{\partial V_{\xi}} - \frac{\partial \Pi(\varphi, \xi)}{\partial V_{\xi}};$$

$\Pi(\varphi, \xi) = \frac{1}{2} c(X - S(\varphi))^2$ – потенциальная энергия упругой деформации штока;

$\Phi(\omega_{OA}, V_{\xi}) = \frac{1}{2} \mu(\varphi) \cdot (V_{\xi} - V\varphi(\varphi)\omega_{OA})^2$ – диссипативная функция Релея.

Здесь $V_{\xi} = \frac{d\xi}{dt}$ и $\omega_{OA} = \frac{d\varphi}{dt}$ – обобщенные скорости;
 $T = \frac{1}{2}J_{OA}\omega_{OA}^2 + \frac{1}{2}m_b(V\varphi(\varphi)\omega_{OA})^2 + \frac{1}{2}m_d(V\varphi(\varphi)\omega_{OA} - V_{\xi})^2$ – кинетическая энергия;
 J_{OA} , m_b , m_d – момент инерции кривошипа и массы ползунов B и D .

В результате преобразований получаем систему двух нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами:

$$A(\varphi) \frac{d}{dt} \omega_{OA} - C(\varphi) \frac{d}{dt} V_{\xi} = Q\varphi(t, \omega_{OA}, V_{\xi}, \varphi, \xi) - f\varphi(t, \omega_{OA}, V_{\xi}, \varphi, \xi);$$

$$B(\varphi) \frac{d}{dt} V_{\xi} - C(\varphi) \frac{d}{dt} \omega_{OA} = Q\xi(t, \omega_{OA}, V_{\xi}, \varphi, \xi) - f\xi(t, \omega_{OA}, V_{\xi}, \varphi, \xi).$$

Таким образом, решение полученных уравнений позволяет исследовать колебательные процессы в переходном режиме: разгон – установившееся движение в зависимости от изменяющихся динамических параметров насоса. На рис. 3 и приведены результаты решения в виде графиков функций $\omega_{OA}(t)$ и $V_{\xi}(t)$ для двух различных вариантов значений безразмерных динамических параметров.

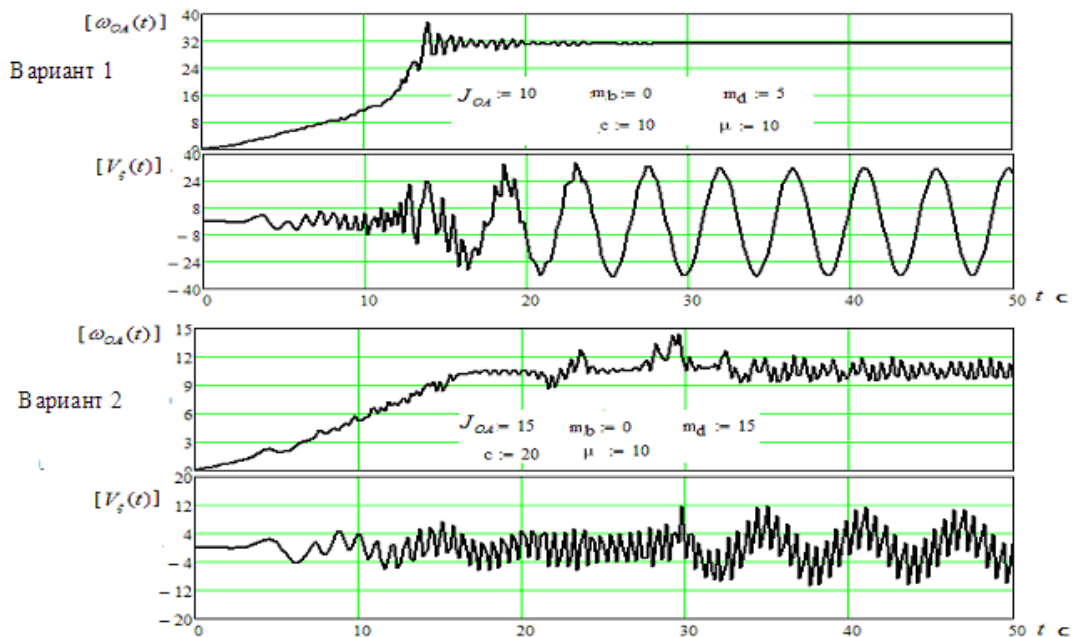


Рис. 3. Графики обобщенных скоростей

Литература

1. Гоц, А. Н. Кинематика и динамика кривошипно-шатунного механизма поршневых двигателей : учеб. пособие / А. Н. Гоц ; Владим. гос. ун-т. – Владимир : ВлГУ, 2005. – 124 с.
2. Насосы : справ. пособие / К. Бадеке [и др.] ; под ред. В. Плетнера ; пер. В. В. Малюшенко, М. К. Бобок. – М. : Машиностроение, 1979. – 502 с.