МНОГОФАКТОРНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

А. Д. Мельникова

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Научный руководитель В. С. Мурашко

С экспериментом связана любая человеческая деятельность. Человек экспериментирует всегда и везде. И при этом естественным, хотя и противоречивым, является желание проводить эксперимент, как правило, в наиболее короткие сроки с наименьшими затратами, получая при этом достоверную и точную информацию.

В последнее время изменились объекты исследования и изменилось само понятие об эксперименте и способах его проведения. Сейчас все больше приходится иметь дело со сложными системами, в которых множество элементов, большое количество взаимодействующих друг с другом факторов.

Процессы обработки материалов резанием являются сложными многофакторными процессами. В этих процессах исследуемая величина часто является случайной величиной, зависящей от большого числа контролируемых и неконтролируемых факторов. Поэтому процессы резания все чаще стали рассматривать с вероятностно-статистических позиций, а при экспериментальных исследованиях применять методы планирования эксперимента, базирующиеся на идеях математической статистики.

Целью данной работы является разработка методики получения многофакторной математической модели, характеризующей зависимость температуры резания от основных факторов процесса резания.

При исследовании процессов резания многие зависимости традиционно представляют уравнениями степенного вида, в частности, эмпирические температурные зависимости:

$$\theta = cv^{\alpha}s^{\beta}t^{\gamma}, \tag{1}$$

где v – скорость резания, м/мин; s – подача, мм/об; t – глубина резания, мм; c, α, γ, β – постоянные величины.

Уравнение (1) в результате логарифмирования линеаризуется:

$$\ln\theta = \ln c + \alpha\ln v + \beta\ln s + \gamma t. \tag{2}$$

Так как температура в зоне резания измерялась в миллиметрах длины кривой на диаграммной ленте потенциометра в качестве функции отклика, решено было принять $y = \ln\theta$, а математическую модель представить в виде полинома второй степени:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{11}x_1^{\ 2} + b_{22}x_2^{\ 2} + b_{33}x_3^{\ 2}, \qquad (3)$$

где x_1, x_2, x_3 – кодированные значения факторов v, s, t.

В качестве плана эксперимента предлагается использовать центральный композиционный ротатабельный план второго порядка [1], представленный на рис. 1, а кодирование независимых переменных проводить с помощью соотношений

$$x_i = \frac{2\left(\ln \tilde{x}_i - \ln \tilde{x}_{i\text{в}}\right)}{\ln \tilde{x}_{i\text{в}} - \ln \tilde{x}_{i\text{н}}} + 1, \qquad (4)$$

где $\tilde{x}_i$ – натуральное значение; $\tilde{x}_{i\text{в}}$, $\tilde{x}_{i\text{н}}$ – натуральные значения верхнего и нижнего уровней соответственно.

С целью определения коэффициентов регрессии проводится полный факторный эксперимент по алгоритму [2].

Матрица планирования эксперимента

Название части плана	Номер опыта	Уровни фактора X1	X2	X3
План Z^3 "ядро плана" N=8	1	-1	-1	-1
	2	1	-1	-1
	3	-1	1	-1
	4	1	1	-1
	5	-1	-1	1
	6	1	-1	1
	7	-1	1	1
	8	1	1	1
"Звездные точки" n_k=6 a=1,682	9	-1,681792831	0	0
	10	1,681792831	0	0
	11	0	-1,681792831	0
	12	0	1,681792831	0
	13	0	0	-1,68179283
	14	0	0	1,681792831
"Нулевые точки" n_0=6	15	0	0	0
	16	0	0	0
	17	0	0	0
	18	0	0	0
	19	0	0	0
	20	0	0	0

Рис. 1. Матрица планирования эксперимента

Решение вручную поставленной интерполяционной задачи требует очень много временных затрат и не исключает случайных ошибок, которые может допустить разработчик.

Предлагается методика реализации представленного алгоритма для получения математической зависимости температуры резания от скорости, подачи и глубины резания при обработке точением стали 20 цельными проходными резцами из быстрорежущей стали Р18 в Microsoft Excel.

Принятые уровни факторов представлены в таблице.

Уровни факторов

Наименование факторов	**Значения факторов**				
	кодированные для x_1, x_2, x_3				
	–1,6812	**–1**	**0**	**1**	**1,6812**
	натуральные для v, s, t				
Скорость резания v, м/с	0,072	0,115	0,228	0,454	0,725
Подача s, мм/об	0,082	0,11	0,169	0,26	0,3486
Глубина резания t, мм	0,251	0,36	0,612	1,04	1,493

Рис. 2 содержит фрагмент расчетов в Microsoft Excel – рабочую матрицу с результатами проведения эксперимента 2-го порядка, содержащую натуральные значения.

46						
47	**Рабочая матрица с результатами проведения эксперимента 2-го порядка,**					
48	**содержащая натуральные значения факторов**					
49	N	v	s	t	θ	Yj=lnθ
50	1	0,115	0,11	0,36	5,408111737	1,6879
51	2	0,454	0,11	0,36	7,986079791	2,0777
52	3	0,115	0,26	0,36	6,359183572	1,8499
53	4	0,454	0,26	0,36	9,812921131	2,2837
54	5	0,115	0,11	1,04	5,922152614	1,7787
55	6	0,454	0,11	1,04	8,738163135	2,1677
56	7	0,115	0,26	1,04	7,013942824	1,9479
57	8	0,454	0,26	1,04	10,80598341	2,3801
58	9	0,072011446	0	0	5,150531947	1,6391
59	10	0,72502363	0	0	10,28925349	2,3311
60	11	0	0,082042782	0	6,598220556	1,8868
61	12	0	0,348598615	0	9,039465079	2,2016
62	13	0	0	0,250750039	7,136339715	1,9652
63	14	0	0	1,493120405	8,352826629	2,1226
64	15	0	0	0	7,807618595	2,0551
65	16	0	0	0	7,951813374	2,0734
66	17	0	0	0	7,958973227	2,0743
67	18	0	0	0	7,820902835	2,0568
68	19	0	0	0	7,852249098	2,0608
69	20	0	0	0	8,05102973	2,0858

Рис. 2. Рабочая матрица проведения эксперимента

Доверительные интервалы коэффициентов при 5%-м уровне значимости представлены на рис. 3. Коэффициенты b_{12}, b_{13}, b_{23} по абсолютной величине оказались меньше доверительного интервала, поэтому их можно считать статистически незначимыми и исключить из уравнения регрессии.

127										
128	**Определение дисперсию воспроизводимости и дисперсии коэффициентов регрессии**									
129										
130	**Дисперсия воспроизводимости S {y}(2.33)**									
131	-0,0126			S²b0=	2,42947E-05	Sbo=	0,004928962			
132	0,0057			S²bi	1,06736E-05	Sbi	0,00326705			
133	0,0066			S²bij	1,82363E-05	Sbij	0,004270403			
134	-0,0109			S²bii	1,01313E-05	Sbii	0,00318297			
135	-0,0069									
136	0,0181									
137	0,000145768									
138										
139	**Доверительные интервалы**									
140										
141	t-распределение Стьюдента для уровня значимости a=0,05 и числа f2=5	2,570581836	Доверительный интервал b0	Доверительный интервал bi	Доверительный интервал bij	Доверительный интервал bii				
142			0,0126703	0,008398219	0,010977419	0,008182085				
143										
144										
145	**Определение значимости коэффициентов регрессии**									
146										
147	b0	b1	b2	b3	b12	b13	b23	b11	b22	b33
148	Значимый	Значимый	Значимый	Значимый	Незначимый	Незначимый	Незначимый	Значимый	Значимый	Значимый
149										
150										

Рис. 3. Определение доверительных интервалов
и значимости коэффициентов регрессии

В результате было получено следующее уравнение регрессии:

$$y = 2{,}0677 + 0{,}2056x_1 + 0{,}0935x_2 + 0{,}0466x_3 - 0{,}0292x_1^2 - 0{,}0083x_2^2 - 0{,}0084x_3^2. \quad (5)$$

Проверка гипотезы об адекватности модели, представленной уравнением (5), показала, что модель адекватна при 5%-м уровне значимости.

Уравнение (5) для рассматриваемой области изменения факторов дает возможность предложить следующую математическую модель процесса, если подставить в него вместо кодированных натуральное значение факторов, используя для этого соотношение (4):

$$\theta = 14{,}224 \cdot V^{0{,}1162-0{,}062\ln V} S^{0{,}0571-0{,}45\ln S} t^{0{,}1138-0{,}03\ln t}. \quad (6)$$

Зависимость (6) позволяет определить температуру резания в достаточно широком диапазоне, изменяя режимы резания при обработке точением стали 20. По уравнению (6) может быть построена номограмма, которая позволит в практических условиях определять температуру резания при выбранных значениях элементов режима резания.

Литература

1. Спиридонов, А. А. Планирование эксперимента при исследовании технологических процессов / А. А. Спиридонов. – М. : Машиностроение, 1981. – 184 с.
2. Пучков, А. А. Применение теории планирования эксперимента для математического моделирования элементов технологических процессов / А. А. Пучков, С. А. Щербаков. – Гомель : ГПИ, 1993. – 72 с.

ПРЕЗЕНТАЦИЯ ПРОГРАММНОГО ПРОДУКТА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЙ КОЛОРИМЕТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ ПИКСЕЛЬНОЙ ГРАФИКИ

Ю. С. Миргород

Белорусский национальный технический университет, г. Минск

Научный руководитель Е. Н. Савкова

В рамках ГПНИ на 2016–2020 гг. «Фотоника, опто- и микроэлектроника» и «Информатика, космос и безопасность» было разработано исследовательское программное обеспечение «Metrum», которое автоматизирует анализ данных для определения размера оптимальной области изображения по критерию минимума неопределенности измерения интенсивностей в красном, зеленом и синем цветовых каналах. Важным условием решения исследовательских задач на основе технологий пиксельной графики является корректный выбор параметров цифровых изображений: апертуры и времени экспозиции цифровой камеры, формата и размеров $N \times M$ активной области. Применительно к исследованиям фотометрических и колориметрических характеристик протяженных объектов необходимо определить оптимальные рабочие области цифровых изображений, а также динамический диапазон метода.

Постановка задачи. Пусть в трехмерном пространстве задан протяженный объект. Для цифровых изображений данного объекта в цветовом пространстве RGB (sRGB, Adobe RGB) необходимо определить наименьший размер области исследования, который обеспечивает выполнение условия минимума неопределенности интенсивности в трех каналах цветового пространства в пределах всего динамического диапазона.

В качестве примера тест-объекта протяженного объекта выбран участок безоблачного неба в дневное время суток (рис. 1), который представляет модель первичного равнояркого излучателя. Для охвата всего динамического диапазона исследуемого объекта выполнена серия цифровых изображений с изменяющимся временем экспозиции.

Рис. 1. Цифровые изображения тест-объекта