

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СКОРОСТНЫХ ЦЕПНЫХ ПЕРЕДАЧАХ

С. В. Струтинский, Р. В. Семенчук

*Механико-машиностроительный институт Национального  
технического университета Украины «Киевский политехнический  
институт имени Игоря Сикорского»*

Цепные передачи широко применяются в машинах различного назначения, в частности в транспортных средствах. Они имеют простую конструкцию, высокую несущую способность, отличаются надежностью работы. Недостатком данных передач является возникновение динамических ударных нагрузок случайного характера. Поэтому исследование стохастических динамических нагрузок в цепных передачах является актуальным.

Рассмотрены скоростные цепные передачи транспортных средств. Выполнен анализ их геометрических и инерционных параметров. Проведена оценка их кинематических характеристик. Рассмотрены упругие свойства скоростных цепных передач и их влияние на кинематические характеристики. Дана оценка диссипативных свойств цепных передач и приводов.

Проведено исследование причин возникновения динамических нагрузок в цепной передаче. Определен характер нагрузок. Обосновано появление интенсивных динамических импульсных нагрузок стохастического характера. Определен вид и характер импульсных нагрузок, которые возникают при контакте роликов цепи с зубьями звездочки.

Исследовано влияние геометрических и динамических параметров цепной передачи на вид и величину импульсной случайной нагрузки. Установлены особенности формирования вектора случайной импульсной нагрузки на звездочку со стороны ролика цепи. Импульсные нагрузки аппроксимированы прямоугольными импульсами со случайными значениями энергии. Выделена центрированная составляющая случайных импульсных нагрузок. Выполнен спектральный анализ стохастических импульсных нагрузок. Определены статистические характеристики нагрузок в цепной передаче (рис. 1).

Выполнен анализ полученных статистических характеристик и предложены нелинейные математические модели для их описания.

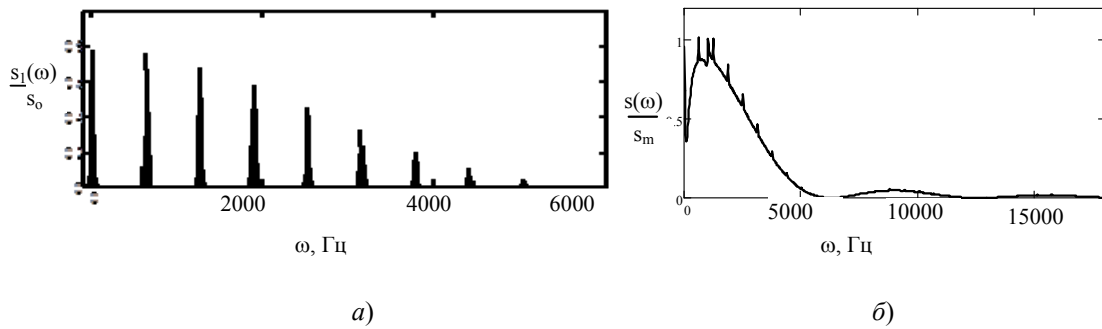


Рис. 1. Статистические характеристики (спектральные плотности) динамических нагрузок в цепной передаче:  
 а – спектр нагрузки в виде периодических импульсов постоянной амплитуды; б – общая спектральная плотность стохастических импульсных нагрузок в цепной передаче

Спектральная плотность динамической нагрузки в виде периодических импульсов постоянной амплитуды:

$$s_1(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \frac{\sqrt{2\pi}F_0^2}{T^2\sigma_a\omega^2} e^{-\frac{(\omega - \frac{2\pi k}{T})^2}{2\sigma_a^2}} \cdot \sin^2(T\gamma\omega/2),$$

где  $F_0$  – значение амплитуды импульсов;  $T$  – период действия импульсной нагрузки;  $\sigma_a^2$  – нормированная дисперсия импульса спектральной плотности;  $\omega$  – частота;  $\gamma$  – коэффициент, определяющий ширину прямоугольных импульсов нагрузки.

Общая спектральная плотность стохастической импульсной нагрузки (см. рис. 1, б) описана зависимостью

$$s(s) = s_1(\omega) + \frac{4\sqrt{F_{\text{ск}}^2 - F_0^2}}{T\omega^2} \sin^2(T\gamma\omega/2),$$

где  $F_{\text{ск}}$  – среднеквадратичное значение случайной составляющей импульсной нагрузки.

Полученные статистические характеристики дают возможность определить параметры динамических колебательных процессов в цепных передачах.

Разработаны математические модели для расчета стохастических импульсных динамических процессов которые возникают при работе скоростных цепных передач. Модели реализованы в виде отдельных блоков которые описывают динамику отдельных узлов и приводов цепных передач, а также их промежуточных и выходных механизмов. Модели имеют входные и выходные порты. Порты соединяются в общей математической модели, образуя прямые и рекурсивные связи. Стохастические импульсные нагрузки в цепных передачах моделируются набором импульсов случайной амплитуды.

Моделирование стохастических импульсных динамических нагрузок выполнено средствами системы Simulink пакета Matlab. Получены реализации случайных импульсных процессов в скоростных цепных передачах (рис. 2, а).

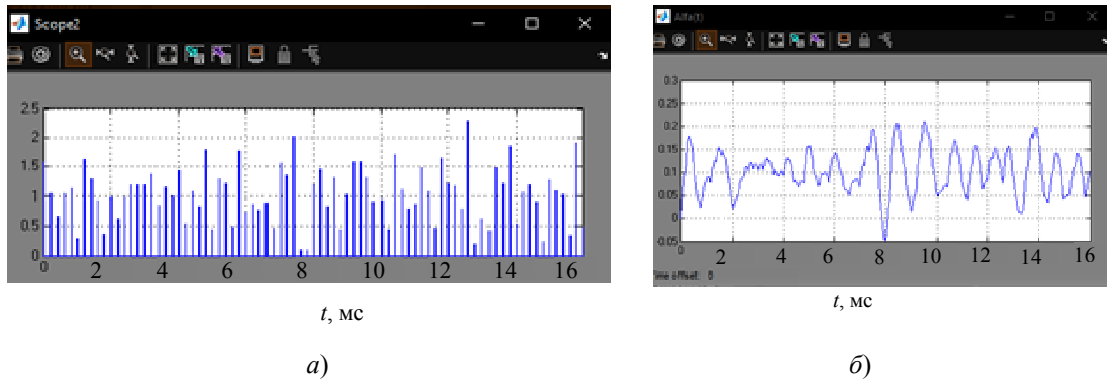


Рис. 2. Результаты математического моделирования стохастических импульсных нагрузок в скоростной цепной передаче (а) и расчетные значения пульсаций угловой скорости ведомой звездочки зубчатой передачи (б)

Параметры случайных импульсов изменяются в широких пределах с возможностью их приближения к реальным импульсным нагрузкам.

Полученные в результате моделирования стохастические импульсные нагрузки подаются на отдельные блоки математических моделей через соответствующие входные порты. При этом на выходе модели регистрируются необходимые параметры динамических процессов в передаче. Определены временные зависимости пульсаций момента, угловой скорости и ускорения на выходном звене передачи (рис. 2, б).

Выполнен анализ полученных результатов моделирования. Определены качественные и количественные параметры случайных колебаний. В частности, определены особенности колебательных процессов типа «биение». Полученные результаты дополнены моделированием статистических характеристик общей динамической системы цепной передачи (рис. 3).

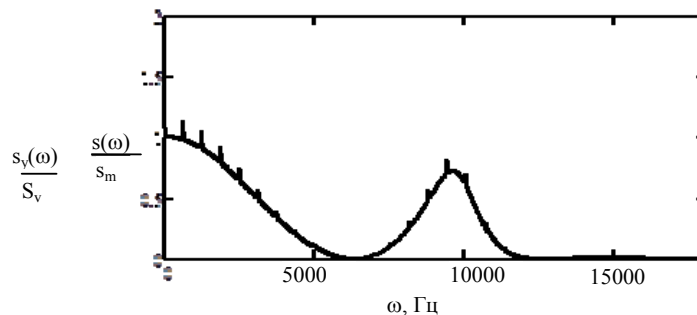


Рис. 3. Результаты расчета спектральной плотности пульсаций угловой скорости выходного звена скоростной цепной передачи

Исследованы частотные спектры пространственных колебаний динамической системы передачи. Определены диапазоны частот резонансных областей пространственной динамической системы передачи и их связь с параметрическими резонансами в приводе. Для снижения интенсивности колебаний в передаче предложено использовать инерционные демпферы [1], [2] которые устанавливаются на корпусных деталях цепной передачи. Инерционные демпферы имеют массивные шары, расположенные в сферических полостях, заполненных ферромагнитной жидкостью. По периферии корпуса каждого демпфера размещены постоянные магниты. При перемещении шаров

имеет место интенсивное движение ферромагнитной жидкости, сопровождающееся потерями энергии, что приводит к демпфированию колебаний несущей системы. Параметры демпферов выбраны из условия реализации оптимальных условий снижения динамических нагрузок. Применение демпферов значительно улучшает динамические характеристики системы. Снижение колебательности на резонансных частотах составляет 10–25 %. Резонансные области смещаются в область высоких частот, где активно проявляются собственные диссипативные процессы в динамической системе цепной передачи.

Полученные результаты являются основой проектирования цепных передач с повышенными скоростными характеристиками.

#### Литература

1. Струтинський, С. В. Дисипативні характеристики демпферів із ферромагнітною рідиною, призначених до використання у просторовій системі приводів / С. В. Струтинський // Промислова гідраліка і пневматика. – 2014. – № 4 (46). – С. 56–62.
2. Яхно, О. М. Розробка інерційного демпфера коливальних виконавчих органів просторової системи приводів навісного обладнання трактора / О. М. Яхно, С. В. Струтинський // Праці Таврійського державного агротехнічного університету. – Мелітополь : ТДАТУ, 2014. – Вип. 14, т. 3. – С. 19–29.